

BÀI 3. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Biết và hiểu định nghĩa giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một hàm số.
- + Biết các phương pháp tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên một khoảng, trên một đoạn
- + Nhận biết được mối liên hệ của hàm số $y = f(x)$, $y = f(u(x))$, khi biết bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ hoặc đồ thị hàm số $y = f'(x)$.

❖ Kỹ năng

- + Biết lập, đọc bảng biến thiên của một hàm số để từ đó tìm được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
- + Tính được đạo hàm của các hàm số hợp, nhận biết được mối liên hệ của hàm số $y = f(x)$, $y = f(u(x))$, khi biết bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ hoặc đồ thị hàm số $y = f'(x)$
- + Biết chuyển bài toán tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức nhiều về khảo sát hàm một biến số
- + Tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = f(x)$, $y = f(u(x))$, $y = f(u(x)) \pm h(x) \dots$ khi biết bảng biến thiên hoặc đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ($y = f'(x)$)

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D .

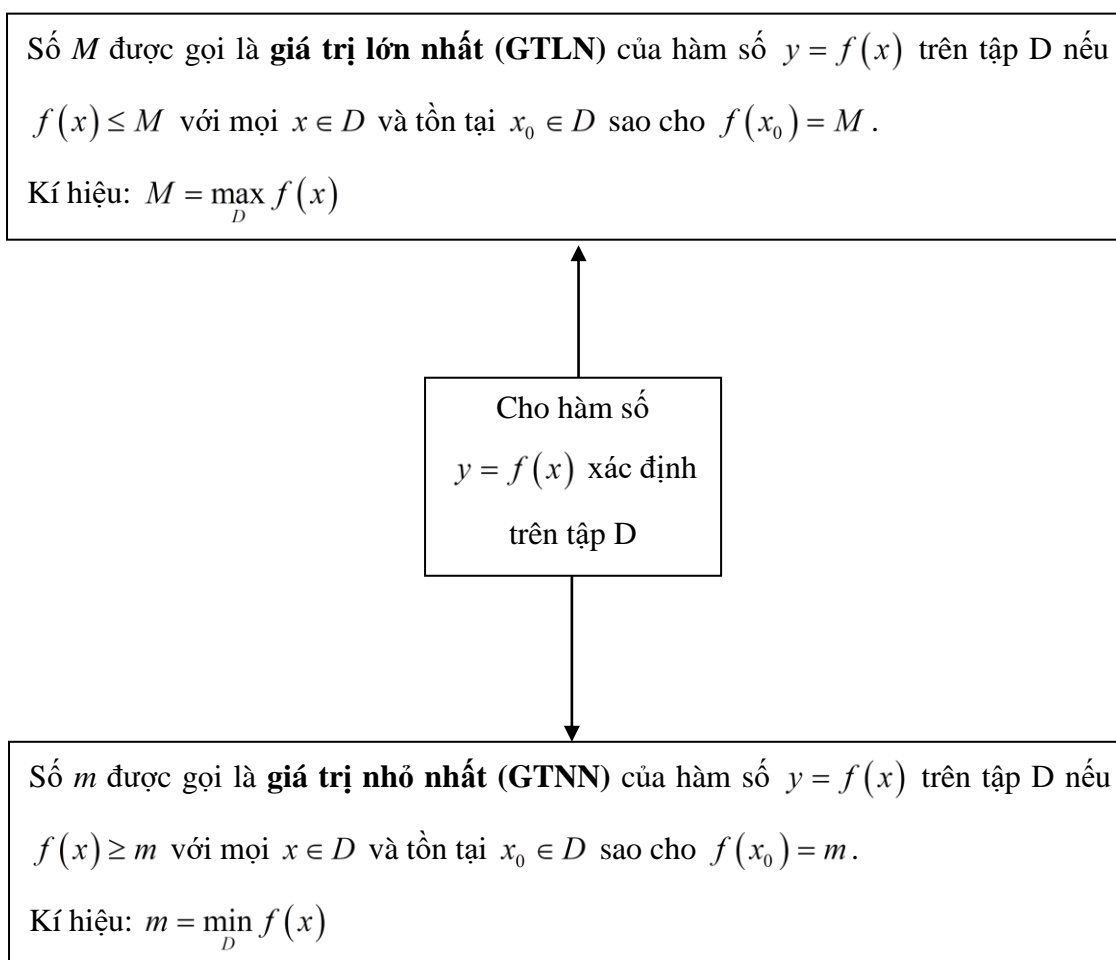
+) Số M được gọi là **giá trị lớn nhất (GTLN)** của hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Kí hiệu: $M = \max_D f(x)$

+) Số m được gọi là **giá trị nhỏ nhất (GTNN)** của hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \geq m$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = m$

Kí hiệu: $m = \min_D f(x)$

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Tìm GTLN – GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên một khoảng

🔗 Phương pháp giải

Ta thực hiện các bước sau

Bước 1. Tìm tập xác định (nếu đề chưa cho khoảng).

Bước 2. Tính $y' = f'(x)$; tìm các điểm mà đạo hàm bằng không hoặc không xác định.

Bước 3. Lập bảng biến thiên

Bước 4. Kết luận

Lưu ý: Có thể dùng máy tính cầm tay để giải.

Bước 1. Để tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên miền $(a; b)$ ta sử dụng máy tính Casio với lệnh MODE 7 (MODE 9 lập bảng giá trị)

Bước 2. Quan sát bảng giá trị máy tính hiển thị, giá trị lớn nhất xuất hiện là max, giá trị nhỏ nhất xuất hiện là min.

- Ta thiết lập miền giá trị của biến x Start a End b

Step $\frac{b-a}{19}$ (có thể làm tròn để Step đẹp).

Ví dụ: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên khoảng $(0; 2)$ là

- A. 1 B. 3
C. 0 D. -1

Hướng dẫn giải

Hàm số liên tục trên khoảng $(0; 2)$.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vì ta đang xét hàm số trên khoảng $(0; 2)$ nên ta loại giá trị $x = -1$

Xét bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(0; 2)$

x	0	1	2
y'	-	0	+
y	1	-1	3

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $\min_{(0; 2)} y = -1$ đạt tại $x = 1$

Chọn D

Chú ý: Khi đề bài liên có các yếu tố lượng giác $\sin x, \cos x, \tan x \dots$ ta chuyển máy tính về chế độ Radian.

🌈 Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^6 + \frac{2}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^2 + x + 1$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\max_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{17}{30}$

B. $\max_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{47}{30}$

C. $\max_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{67}{30}$

D. Hàm số không tồn tại giá trị lớn nhất

Hướng dẫn giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có $f'(x) = -2x^5 + 2x^4 - x + 1 = -(x-1)(2x^4 + 1)$

Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -(x-1)(2x^4 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{47}{30}$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $\max_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{47}{30}$ tại $x = 1$

Chọn B

Ví dụ 2. Gọi a là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{6-8x}{x^2+1}$ trên khoảng $(-\infty; 1)$

Khi đó giá trị của biểu thức $P = \frac{6-8a}{a^2+1}$ bằng

A. $\frac{22}{5}$

B. $\frac{6}{13}$

C. $-\frac{58}{65}$

D. $-\frac{74}{101}$

Hướng dẫn giải

Hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty; 1)$

Ta có $f'(x) = \frac{8x^2 - 12x - 8}{(x^2 + 1)^2}$

Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x^2 - 12x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \notin (-\infty; 1) \\ x = -\frac{1}{2} \in (-\infty; 1) \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	8	-1

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $\max_{(-\infty; 1)} f(x) = 8 \Rightarrow P = \frac{6-8a}{a^2+1} = -\frac{58}{65}$

Chọn C

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\min_{\mathbb{R}} f(x) = 1$

B. $\min_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{1}{3}$

C. $\min_{\mathbb{R}} f(x) = 3$

D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất

Hướng dẫn giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có

$$y = f(x) = 1 - \frac{2x}{x^2 + x + 1} \Rightarrow y' = -\frac{2(x^2 + x + 1) - 2x(2x + 1)}{(x^2 + x + 1)^2} = \frac{2x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)^2}$$

Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	1	3	$\frac{1}{3}$	1	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $\min_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{1}{3}$ tại $x = 1$

Câu 1: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2}{x-2}$ trên $(2; 6)$ là

A. $\min_{(2; 6)} y = 8$

B. $\min_{(2; 6)} y = 4$

C. $\min_{(2; 6)} y = 3$

D. $\min_{(2; 6)} y = 9$

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

A. $\min_{(1; +\infty)} y = 3$

B. $\min_{(1; +\infty)} y = 1$

C. $\min_{(1; +\infty)} y = 2$

D. $\min_{(1; +\infty)} y = 0$

Câu 3: Mệnh đề nào sau đây là đúng với hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+5}}$ trên tập xác định của nó?

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất

B. Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất

C. Hàm số có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất

D. Hàm số có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{2}{x} - (1 + \sqrt{2})^2$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. không tồn tại

B. -3

C. $-1 + \sqrt{2}$

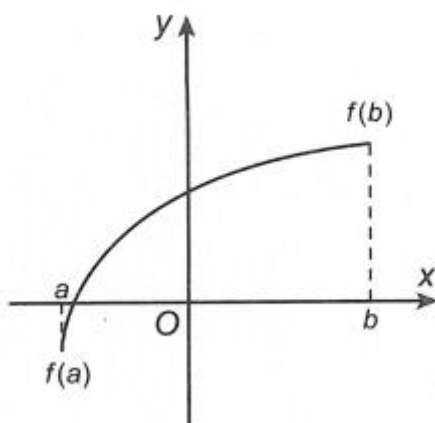
D. 0

ĐÁP ÁN

1-A	2-A	3-D	4-B						
-----	-----	-----	-----	--	--	--	--	--	--

Dạng 2: Tìm GTLN và GTNN của hàm số trên một đoạn

✚ Phương pháp giải



Bước 1. Tính $f'(x)$

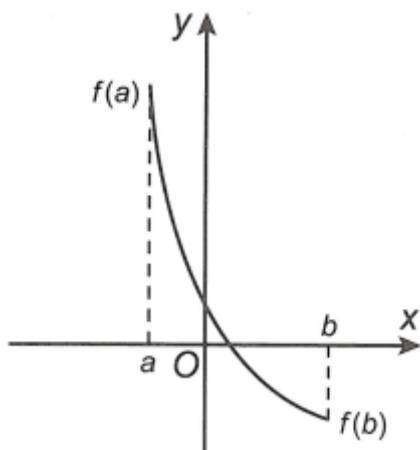
Bước 2. Tìm các điểm $x_i \in (a; b)$ mà tại đó $f'(x_i) = 0$ hoặc $f'(x_i)$ không xác định

Bước 3. Tính $f(a)$, $f(x_i)$, $f(b)$

Bước 4. Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên.

Khi đó $M = \max_{[a; b]} f(x)$ và $m = \min_{[a; b]} f(x)$

Chú ý:



+) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a; b]$ thì $\begin{cases} \max f(x) = f(b) \\ \min f(x) = f(a) \end{cases}$

+) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[a; b]$ thì $\begin{cases} \max f(x) = f(a) \\ \min f(x) = f(b) \end{cases}$

Bài toán 1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên một đoạn $[a; b]$

✚ Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 3]$. Giá trị của $M + m$ bằng

- A. 8 B. 10 C. 6 D. 4

Hướng dẫn giải

Hàm số xác định và liên tục trên $[0; 3]$

$$\text{Ta có } y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0; 3] \\ x = 2 \in [0; 3] \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } y(0) = 2, y(2) = 6, y(3) = 2$$

$$\text{Vậy } M = 6; m = 2 \Rightarrow M + m = 8$$

Chọn A.

Ví dụ 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 3x^2 + 1$ trên $[-1; 2]$ là

- A. 29 B. 1 C. 3 D. $\frac{13}{4}$

Hướng dẫn giải

Hàm số xác định và liên tục trên $[-1; 2]$

$$\text{Ta có } y' = -4x^3 + 6x - 2x(2x^2 - 3) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 2] \\ x = \frac{\sqrt{6}}{2} \in [-1; 2] \\ x = -\frac{\sqrt{6}}{2} \notin [-1; 2] \end{cases}$$

$$\text{Vì } y(0) = 1; y\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right) = \frac{13}{4}; y(2) = -3; y(-1) = 3 \text{ nên } \max_{[-1; 2]} y = \frac{13}{4}$$

Chọn D

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Giá trị của $\left(\min_{[2; 3]} y\right)^2 + \left(\max_{[2; 3]} y\right)^2$ bằng

- A. 16 B. $\frac{45}{4}$ C. $\frac{25}{4}$ D. $\frac{89}{4}$

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$, do đó hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty) \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $[2; 3]$.

$$\text{Do đó } \min_{[2; 3]} y = y(3) = \frac{5}{2}; \max_{[2; 3]} y = y(2) = 4$$

$$\text{Vậy } \left(\min_{[2;3]} y \right)^2 + \left(\max_{[2;3]} y \right)^2 = \left(\frac{5}{2} \right)^2 + 4^2 = \frac{89}{4}$$

Chọn D

Ví dụ 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 8x}{x+1}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. $\frac{-15}{4}$ B. $\frac{-7}{2}$ C. -3 D. -4

Hướng dẫn giải

Hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 8x}{x+1}$ liên tục trên $[1; 3]$

$$f'(x) = \frac{(2x-8)(x+1) - x^2 + 8x}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -4 \notin [1; 3] \end{cases}$$

Ta thấy $y(1) = \frac{-7}{2}$; $y(3) = \frac{-15}{4}$; $y(2) = -4$

$$\text{Vậy } \max_{[1;3]} f(x) = \frac{-7}{2}$$

Chọn B

Ví dụ 5. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4-x^2}$

Giá trị của biểu thức $P = M + m$ bằng

- A. $2(\sqrt{2}-1)$ B. $2(\sqrt{2}+1)$ C. $\sqrt{2}+1$ D. $\sqrt{2}-1$

Hướng dẫn giải

Tập xác định $D = [-2; 2]$

$$\text{Ta có } y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{\sqrt{4-x^2} - x}{\sqrt{4-x^2}}, \quad x \in (-2; 2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \pm 2 \in (-2; 2) \end{cases}$$

$$y(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}; \quad y(-\sqrt{2}) = 0; \quad y(2) = 2; \quad y(-2) = -2$$

$$\text{Vậy } M = 2\sqrt{2}, \quad m = -2 \Rightarrow P = 2\sqrt{2} - 2 = 2(\sqrt{2} - 1)$$

Chọn A

🌟 Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$. Khi đó $M - m$ có giá trị bằng

- A. -6 B. 12 C. -12 D. 3

Câu 2: Trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; \frac{7}{3}\right]$ hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ đạt giá trị lớn nhất tại

- A. $x_0 = -\frac{1}{2}$ B. $x_0 = 0$ C. $x_0 = \frac{7}{3}$ D. $x_0 = 2$

Câu 3: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x - 4\sqrt{6-x}$ trên $[-3; 6]$. Tổng $M + m$ có giá trị là

- A. -12 B. -6 C. 18 D. -4

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \sqrt{2-x^2}$ trên tập xác định là

- A. $-\sqrt{2}$ B. -1 C. 1 D. $\sqrt{2}$

Câu 5: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \cos^2 x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ là

- A. $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{1}{2}; \min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = -1$ B. $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{\pi}{4}; \min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{\pi}{6}$
- C. $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}; \min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = 1$ D. $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{4}; \min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{1}{2}$

Câu 6: Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $f(x) = \frac{mx-1}{x+m}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[1; 3]$ bằng 2?

- A. $m = 7$ B. $m = -3$ C. $m = -7$ D. $m = 3$

Câu 7: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + \frac{1}{2}m$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0 khi

- A. $m = 4$ B. $m = 12$ C. $m = 0$ D. $m = 8$

Câu 8: Với những giá trị nào của tham số m thì hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+m^2}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[2; 3]$ bằng $\frac{1}{2}$?

- A. $m = -2$ B. $m = 1$ C. $m = \pm 1$ D. $m = \pm 2$

Dạng 3: TÌM GTLN-GTNN khi cho đồ thị - bảng biến thiên

🌟 Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	1	3	-1	1	

Giá trị lớn nhất của hàm số trên \mathbb{R} là

A. $\max_{\mathbb{R}} y = -\frac{1}{2}$

B. $\max_{\mathbb{R}} y = -1$

C. $\max_{\mathbb{R}} y = 1$

D. $\max_{\mathbb{R}} y = 3$

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x = -\frac{1}{2}$

Chọn D

Ví dụ 2. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$	-4	0	8	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$f(-4)$	9	$f(8)$	$+\infty$		

Biết $f(-4) > f(8)$, khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên \mathbb{R} bằng

A. 9

B. $f(-4)$

C. $f(8)$

D. -4

Hướng dẫn giải

Từ bảng biến thiên ta có $f(x) \geq f(-4), \forall x \in (-\infty; 0]$ và $f(x) \geq f(8), \forall x \in (0; +\infty)$.

Mặt khác $f(-4) > f(8)$ suy ra $\forall x \in (-\infty; +\infty)$ thì $f(x) \geq f(8)$

Vậy $\min_{\mathbb{R}} f(x) = f(8)$

Chọn C

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập hợp $D = (-\infty; -1] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
y'	$+$			$-$	
y	-1	0	0	$-\sqrt{5}$	

Khẳng định đúng là

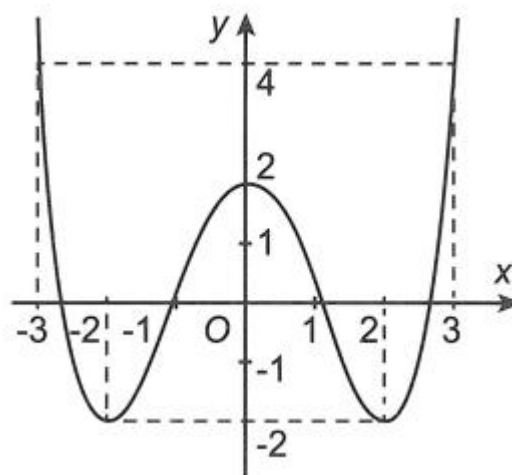
- A. $\max_D f(x) = 0$; không tồn tại $\min f(x)$
- B. $\max_D f(x) = 0$; $\min_D f(x) = -\sqrt{5}$
- C. $\max_D f(x) = 0$; $\min_D f(x) = -1$
- D. $\min_D f(x) = 0$; không tồn tại $\max f(x)$

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên thì $\max_D f(x) = f(\pm 1) = 0$; $\min_D f(x) = f\left(\frac{3}{2}\right) = -\sqrt{5}$

Chọn B

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên khoảng $(-3; 3)$ như hình bên dưới

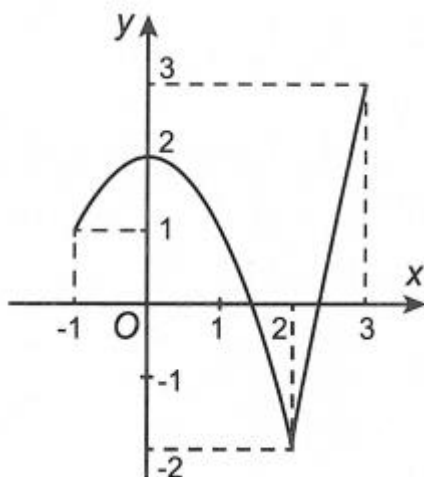


Khẳng định đúng là

- A. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3
- B. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4
- C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -3
- D. Hàm số không có giá trị lớn nhất

Hướng dẫn giải

Ví dụ 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

A. 1

B. 3

C. 4

D. 5

Hướng dẫn giải

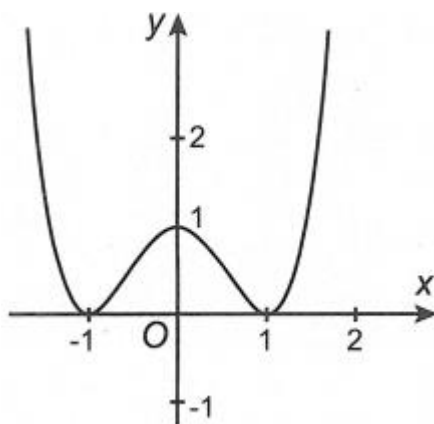
Dựa vào đồ thị suy ra

$$M = f(3) = 3; m = f(2) = -2$$

Vậy $M - m = 5$

Chọn D

Ví dụ 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 1]$. Giá trị của $M - m$ bằng

A. 0

B. 1

C. 2

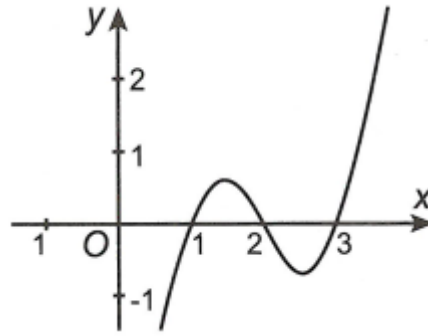
D. 3

Hướng dẫn giải

Từ đồ thị ta thấy $M = 1; m = 0$ nên $M - m = 1$

Chọn B

Ví dụ 9. Cho đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $[1; 3]$ tại x_0 . Khi đó giá trị của $x_0^2 - 2x_0 + 2019$ bằng bao nhiêu?

A. 2018

B. 2019

C. 2021

D. 2022

Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau

x	1	2	3
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $[1; 3]$ tại $x_0 = 2$.

Vậy $x_0^2 - 2x_0 + 2019 = 2019$

Chọn B

🔗 Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	

Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lần lượt là M, m . Giá trị biểu thức $P = M^2 + m^2$ là

A. $P = \frac{1}{4}$

B. $P = \frac{1}{2}$

C. 2

D. 1

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-3; 2)$,

$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = -5$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ và có bảng biến thiên như sau

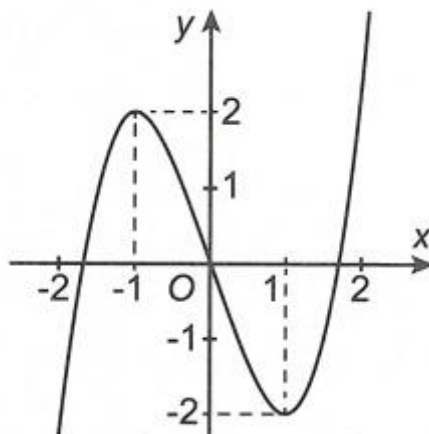
x	$-\infty$	-3	-1	1	2	$+\infty$		
y'			$+$	0	$-$	0	$+$	
y				0	-2		3	

Diagram description: The table shows the sign of the derivative y' and the values of the function y. Arrows indicate the path of the function: from y = -5 at x = -3, it increases to a local maximum at y = 0 (x = -1), then decreases to a local minimum at y = -2 (x = 1), and finally increases to y = 3 at x = 2.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(-3; 2)$
- B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -5
- C. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3
- D. Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-3; 2)$ bằng 0 .

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên khoảng $(-2; 2)$ như hình bên. Khẳng định đúng là



- A. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2
- B. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 1
- C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1
- D. Hàm số không có giá trị lớn nhất

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-5; 3)$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	-1	1	2	$+\infty$					
y'			$+$	0	$-$	0	$+$				
y				-5		0		-2		3	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $[-5; 3)$
- B. Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất trên $[-5; 3)$
- C. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất trên $[-5; 3)$
- D. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $[-5; 3)$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$		
y		0		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		0

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất
- B. Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất
- C. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất
- D. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-6; 0]$ như sau

x	-6	-3	0		
y'		$-$	$+$		
y	7		0		6

Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-6; 0]$ là

A. $M = 7$ và $m = 0$

B. $M = 0$ và $m = 6$

C. $M = 6$ và $m = 7$

D. $M = 0$ và $m = 7$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 4]$ và có bảng biến thiên như sau

x	-1	4
y'		+
y	2	9

Mệnh đề nào sau đây sai

A. Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị lớn nhất trên khoảng $(-1; 4)$

B. Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị lớn nhất trên nửa khoảng $[-1; 4)$

C. Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất trên nửa khoảng $(-1; 4]$

D. Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 4]$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y	$-\infty$	-5	4	$-\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất

B. Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất

C. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất

D. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất

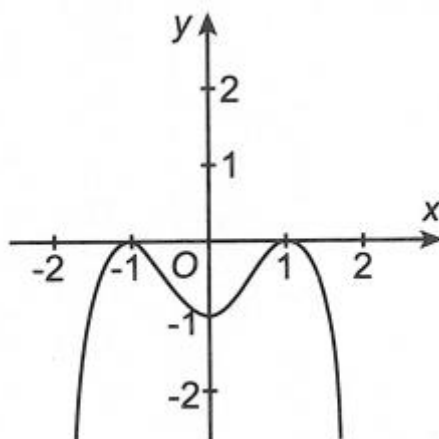
Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; 3]$ và có bảng biến thiên như sau

x	-1	0	1	2	3	
y'	-	0	+	-	0	+
y	0	-4	-2	-3	-1	

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) + 2$ bằng trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

- A. -4 B. -1 C. -3 D. -2

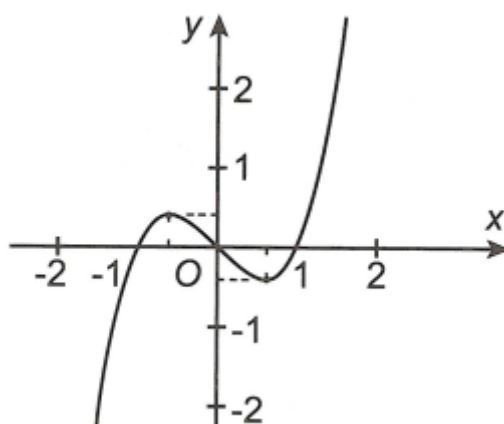
Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ của hàm số là

- A. $\min y = -1$ B. $\min y = 1$ C. $\min y = 0$ D. $\min y = -2$

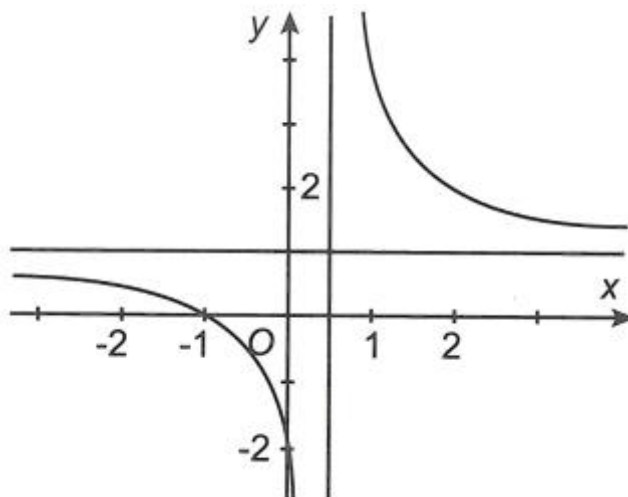
Câu 11: Cho đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$ tại x bằng bao nhiêu?

- A. $x = \frac{2}{3}$ B. $x = 0$ C. $x = 1$ D. $x = 2$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+b}$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; \frac{1}{2})$ và $(\frac{1}{2}; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\max_{[-1; 0]} f(x) = f(0)$

B. $\max_{[-3; 0]} f(x) = f(-3)$

C. $\max_{[3; 4]} f(x) = f(4)$

D. $\max_{[1; 2]} f(x) = f(2)$

ĐÁP ÁN

1-B	2-A	3-A	4-D	5-D	6-A	7-D	8-B	9-D	10-A
11-C	12-B								